

Ćwiczenie 11

Spektrometr beta.



1. Student winien wykazać się znajomością:

01. Ruch cząstki naładowanej w polu magnetycznym i elektrycznym.
02. Spektrometr magnetyczny – zasada działania.
03. Promieniowanie beta, rodzaje przemian, rozkład energetyczny tego promieniowania.
04. Wyznaczanie energii maksymalnej przy użyciu spektrometru magnetycznego.

Pomoc merytoryczna do opracowania wyników.

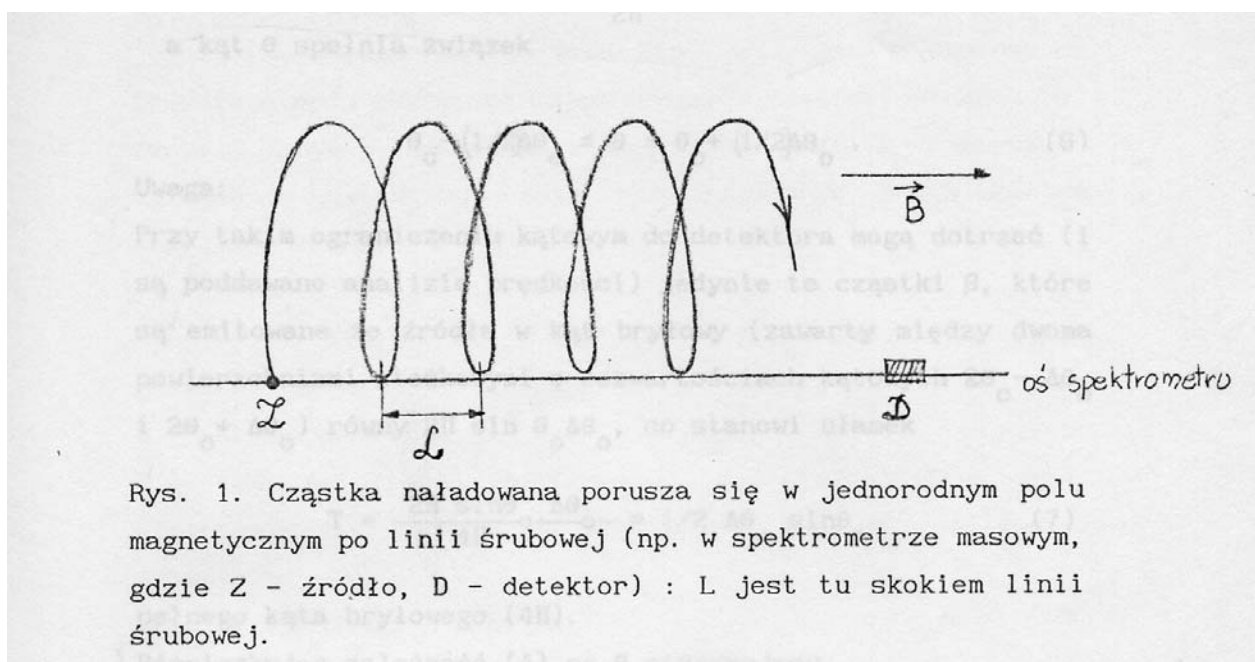
Cząstka naładowana o ładunku q poruszając się w polu magnetycznym o indukcji magnetycznej \vec{B} z prędkością v doznaje ze strony tego pola działania siły \vec{F} równej

$$1. \quad F = q \vec{v} \times B$$

Zatem, wprowadzając w obszar o znanej konfiguracji pola magnetycznego cząstkę naładowaną można z jej zachowania się w tym polu (np. toru ruchu) wnioskować o jej prędkości, a w konsekwencji o jej pędzie i energii.

Wpływ pola magnetycznego na ruch cząstki naładowanej jest wykorzystany w urządzeniach zwanych magnetycznymi spektrometrami *beta*.

Zastosowany w ćwiczeniu spektrometr należy do grupy spektrometrów o cienkiej soczewce magnetycznej z pojedynczym ogniskowaniem. Ponieważ ilościowy opis działania cienkiej soczewki -magnetycznej jest dość skomplikowany, omówimy spektrometr magnetyczny, w którym cały obszar, w jakim poruszają się cząstki *beta* (w drodze od źródła do detektora) obejmuje jednorodne pole magnetyczne z wektorem indukcji magnetycznej \vec{B} równoległym do linii łączącej źródło i detektor (oś spektrometru). W takim polu magnetycznym cząstka *beta*, która wyleciała ze źródła pod kątem Θ względem osi spektrometru porusza się po linii śrubowej o skoku (por. rys. 1):



$$2. \quad L = 2\pi \frac{m}{eB} v \cos \theta$$

gdzie:

m - masa (relatywistyczna) cząstki *beta*;

e - ładunek elementarny;

B - wartość indukcji magnetycznej;

v - prędkość cząstki *beta*.

Oznacza to, że cząstki *beta* spełniające warunek (2) przecinałyby oś spektrometru po przemieszczeniu się w kierunku pola o odległość

$$3. \quad L_n = n L, \quad \text{gdzie } n = 1, 2, 3 \dots$$

Z reguły dobiera się takie warunki geometryczne dla możliwych torów cząstek *beta* (poprzez zastosowanie odpowiedniej konfiguracji przesłon), że do detektora mogą dotrzeć jedynie te cząstki, których prędkości tworzą z osią spektrometru kąt θ z małego przedziału $\theta_0 - (1/2)\Delta\theta_0, \theta_0 + (1/2)\Delta\theta_0$, a odpowiadający im skok linii śrubowej jest równy odległości od źródła do detektora. Oznacza to, że ze źródła do detektora (przy dodatkowym założeniu małych rozmiarów źródła i detektora) docierają tylko te cząstki p , które mają pęd równy [stosownie do wzoru (2)]:

$$4. \quad p = \frac{L e}{2\pi} B \frac{1}{\cos\theta} = D B \frac{1}{\cos\theta}$$

gdzie wprowadzono oznaczenie:

$$5. \quad D = \frac{L e}{2\pi},$$

a kąt θ spełnia związek:

$$6. \quad \theta_0 - (1/2)\Delta\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0 + (1/2)\Delta\theta_0.$$

Uwaga:

Przy takim ograniczeniu kątowym do detektora mogą dotrzeć (i są poddawane analizie prędkości) jedynie cząstki *beta*, które są emitowane ze źródła w kąt bryłowy (zawarty między dwoma powierzchniami stożkowymi o rozwartościach kątowych $2\theta_0 - \Delta\theta_0$ i $\theta_0 + \Delta\theta_0$) równy $2\pi \sin\theta_0 \Delta\theta_0$, co stanowi ułamek

$$7. \quad T = \frac{2\pi \sin\theta_0 \Delta\theta_0}{4\pi} = \frac{1}{2} \Delta\theta_0 \sin\theta_0$$

pełnego kąta bryłowego (4π).

Różniczkując zależność (4) po θ otrzymujemy

$$8. \quad \frac{dp}{d\theta} = D B \frac{\sin\theta}{\cos^2\theta},$$

lub po zastąpieniu różniczek końcowymi przyrostami (w tym kładąc $\Delta\theta_0$ zamiast $d\theta$)

$$9. \quad \Delta p_0 = p_0 \operatorname{tg}\theta_0 \Delta\theta_0,$$

gdzie

$$10. \quad p_0 = D B \frac{1}{\cos\theta}$$

jest środkiem przedziału pędów tych elektronów, które przy danej indukcji magnetycznej (B) docierają od źródła do detektora, a Δp_0 jest szerokością tego przedziału.

Oznaczając $\Delta\theta_0 \operatorname{tg}\theta_0$ przez $2k$ (wielkość stała dla danego spektrometru uwarunkowana jego geometrią) otrzymujemy:

$$11. \quad \frac{\Delta p_0}{p_0} = 2k.$$

Zatem przy danej indukcji magnetycznej $B = B_0$ (w spektrometrze z polem jednorodnym, ogólnie przy danym natężeniu $I = I_0$ prądu w solenoidzie spektrometru) detektor rejestruje cząstki beta o pędach zawartych w przedziale $p - kp_0, p + kp_0$, którego szerokość zwana pędową zdolnością rozdzielczą spektrometru równa $2kp_0$ jest proporcjonalna do średniego pędu aktualnie rejestrowanych cząstek. Oznacza to, że przy danym p_0 (określonym natężeniem prądu I_0), szybkość zliczeń w detektorze może być określona wzorem:

$$12. \quad N(p_0) \equiv N(I_0) = n(p_0) A S \varepsilon(p_0) 2kp_0,$$

gdzie:

A - aktywność źródła,

S - tzw. świetlność spektrometru (określająca jaka część elektronów emitowanych ze źródła z pędem p_0 dociera do detektora),

$\varepsilon(p_0)$ - wydajność detektora,

$n(p)$ - rozkład pędów cząstek beta.

Komentarz:

Gdyby źródło i detektor spektrometru były punktowe, to S byłoby równe zero, bowiem przy danym polu magnetycznym mogłyby do detektora dotrzeć cząstki beta o zadanym pędzie p_0 lecące pod ściśle określonym kątem (θ_0) do osi spektrometru, a więc emitowane w zerowy kąt bryłowy. Wskutek niezerowych rozmiarów źródła i detektora, do detektora mogą docierać również cząstki o pędzie p_0 , których kierunki ruchu tworzyły z osią spektrometru kąty różniące się nieco od θ_0 , co prowadzi do niezerowej wartości S , z tym, że wpływa to na pogorszenie pędowej zdolności rozdzielczej (coś za coś) w stosunku do określonej np. wzorem (11). Oczywiście warunkiem niezbędnym aby S mogło być różne od zera, jest niezerowość T [por. wzór (7)].

Przyjmując $\varepsilon(p_0)$ za niezależne od pędu i wprowadzając oznaczenie:

$$13. \quad C = 2k S A \varepsilon(p_0),$$

otrzymujemy z (12)

$$14. \quad n(p_0) = C \frac{N(p_0)}{p_0} = C \frac{N(I_0)}{p_0}.$$

Stosownie do wcześniejszych uwag, I_0 jest natężeniem prądu w uzwojeniu soczewki spektrometru, przy którym zarejestrowano szybkość zliczeń detektora równą $N(I_0)$; oczywiście, natężeniu prądu I_0 odpowiada środek przedziału pędów rejestrowanych cząstek beta równy p_0 .

Dokładne wyliczenie stałej C jest z reguły dość trudne, ale można ją wyznaczyć z warunku normowania funkcji $n(p)$, a mianowicie

$$15. \quad \int_0^{\infty} n(p) dp = 1.$$

Aby z kolei przejść od rozkładu pędów do rozkładu energii zauważmy, że dla funkcji złożonej

y[p(E)] (gdzie p - pęd, a E – energia cząstki) mamy:

$$16. \quad \frac{dy}{dE} = \frac{dy}{dp} \frac{dp}{dE},$$

przy czym

$$17. \quad \frac{dp}{dE} = \frac{1}{v}.$$

Ostatecznie rozkład energetyczny n(E) cząstek beta można przedstawić zależnością:

$$18. \quad n(E_0) = C \frac{1}{v_0} n(p_0) = C \frac{N(I_0)}{p_0 v_0},$$

gdzie v_0 i E_0 to prędkość i energia cząstki beta odpowiadająca pędowi p_0 .

Zgodnie ze wzorem (17) można oszacować przedział energii cząstek beta rejestrowanych przy danym I_0 stosując wzór:

$$19. \quad \Delta E_0 = v_0 \Delta p_0.$$

Dla małych energii cząstek beta ($E_k \ll m_e c^2$):

$$20. \quad \frac{\Delta E_{k0}}{E_{k0}} = 2 \frac{\Delta p_0}{p_0}$$

i wtedy wzór (18) może być zastąpiony wzorem

$$21. \quad n(E_0) = C' \frac{N(I_0)}{E_0},$$

gdzie stałą C' można znaleźć z warunku:

$$22. \quad \int_0^{\infty} n(E) dE = 1.$$

Oczywiście, gdy interesuje nas jedynie kształt rozkładu a nie konkretne wartości n(E) czy n(p), znajomość stałych C i C' nie jest istotna.

Znając rozkład n(E) można obliczyć średnią energię kinetyczną cząstek beta na podstawie przybliżonej zależności:

$$23. \quad E_{sr} = \frac{\sum_i E_i n(E_i)}{\sum_i n(E_i)},$$

gdzie energię E_i uzyskuje się odkładając na osi energii równe odstępki ΔE ; wtedy

$$E_{i+1} = E_i + \Delta E$$

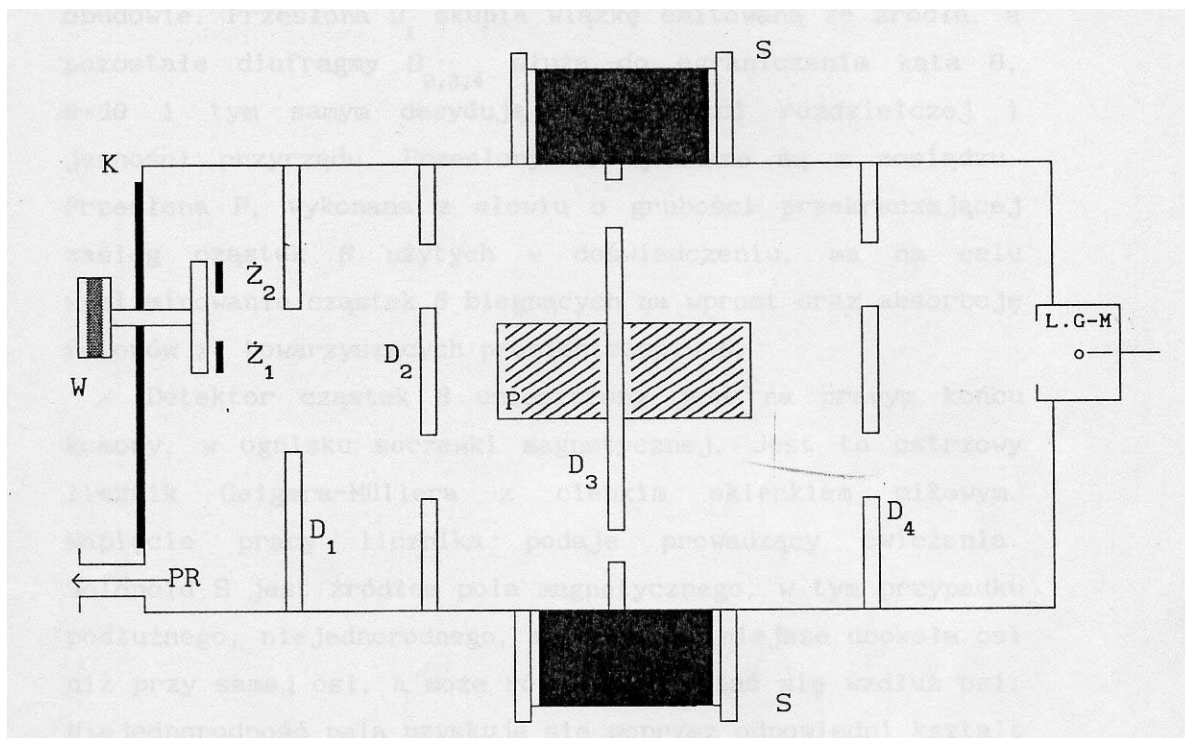
tak, aby zakres energii, dla którego $n(E) \neq 0$, podzielić na co najmniej 20 odcinków.

2. Cel doświadczenia

Celem doświadczenia jest wyznaczenie "widma" energetycznego promieniowania *beta*.

Spektrometr, z którego korzystamy, jest spektrometrem magnetycznym z cienką soczewką. Schematyczny przekrój spektrometru pokazuje rysunek (1). Rys. 1

K -



komora spektrometru,

W - "krzyżak" na którym umieszczono trzy źródła promieniotwórcze,

\dot{Z}_1, \dot{Z}_2 - przedstawiciele źródeł promieniotwórczych;

PR - połączenie komory spektrometru z pompą dyfuzyjną i rotacyjną;

$D_{1,2,3,4}$ - diafragmy,

P - przesłona ołowiowa;

L. GM. - licznik Geigera-Miillera;

S - solenoid.

W tym spektrometrze komorę stanowi długa, mosiężna rura, z której przy pomocy pompy rotacyjnej (komora próżni wstępnej) i pompy dyfuzyjnej odpompowuje się powietrze do ciśnienia rzędu 10^{-4} Tr. Na lewym końcu komory (gdy ćwiczący patrzy wprost na zestaw) znajduje się metalowy krzyżak przytwierdzony do szlifów umożliwiających jego obrót; to daje możliwość zmiany źródła promieniotwórczego, umieszczonego wewnątrz spektrometru. W naszym ćwiczeniu badamy trzy źródła: Na^{22} , C^{14} , Cl^{36} . Sposób przekręcenia krzyża i umieszczenia źródła na osi spektrometru jest zaznaczony na obudowie. Przesłona D_1 skupia wiązkę emitowaną ze źródła, a pozostałe diafragmy $D_{2,3,4}$ służą do ograniczenia kąta θ , $\theta + d\theta$ i tym samym decydują o zdolności rozdzielczej i jasności przyrządu. Przesłony te wykonane są z mosiądzu. Przesłona P, wykonana z ołowiu o grubości przekraczającej zasięg cząstek *beta* użytych w doświadczeniu, ma na celu wyeliminowanie cząstek *beta* biegnących na wprost oraz absorpcję fotonów *gamma*, towarzyszących promieniowaniu *beta*.

Detektor cząstek *beta* umieszczony jest na prawym końcu komory, w ognisku soczewki

magnetycznej. Jest to ostrzowy licznik Geigera-Mullera z cienkim okienkiem mikowym. Napięcie pracy licznika podaje prowadzący ćwiczenia. Solenoid S jest źródłem pola magnetycznego, w tym przypadku podłużnego, niejednorodnego, może być silniejsze dookoła osi niż przy samej osi, a może również zmieniać się wzdłuż osi. Niejednorodność pola uzyskuje się poprzez odpowiedni kształt końcówek elektromagnetycznych. Cewka ta jest odpowiednikiem soczewki. Nie jest to soczewka idealna., posiada wadę zwaną aberracją sferyczną, która powoduje rozmycie obrazu; do usunięcia jej stosuje się wyżej opisane diafragmy. Wartość pola magnetycznego sterującego działaniem soczewki możemy zmieniać w sposób pośredni zmieniając przy pomocy włączonego w obwód zasilacza niskiego napięcia natężenie prądu płynącego przez cewkę. Sposób obsługi tego zasilacza zależy od jego typu; dokładniejsze informacje udziela Opiekun Pracowni.

3. Technika pomiarów:

- Ponieważ proces odpompowania aparatury trwa około 30 minut, dla oszczędności czasu istotnego dla ćwiczącego, czynność tę wykonuje Opiekun pracowni. Udziela on również wszelkich informacji dotyczących tej procedury.
- Zapoznać się z zestawem pomiarowym i w obecności prowadzącego ćwiczenia uruchomić pozostałą jego część.
- Zmierzyć tło dla pola $B = 0$, pomiar przeprowadzić kilkakrotnie z dokładnością 5%.
- Zmierzyć zależność szybkości zliczeń $N(I)$ od natężenia prądu I w cewce spektrometru dla źródeł promieniowania p (wyznaczonych przez prowadzącego ćwiczenia lub Opiekuna Pracowni). Dla źródeł o maksymalnej energii cząstek β E_{\max} mniejszej od 0,4 [MeV] natężenie prądu zmieniać o $\Delta I = 0,1$ [A], a dla E_{\max} większej niż 0,4 [MeV] o $\Delta I = 0,2$ [A].

Czas pojedynczego pomiaru dobrać tak, aby błąd dla środkowej części widma był nie większy niż 5%.

4. Opracowanie wyników:

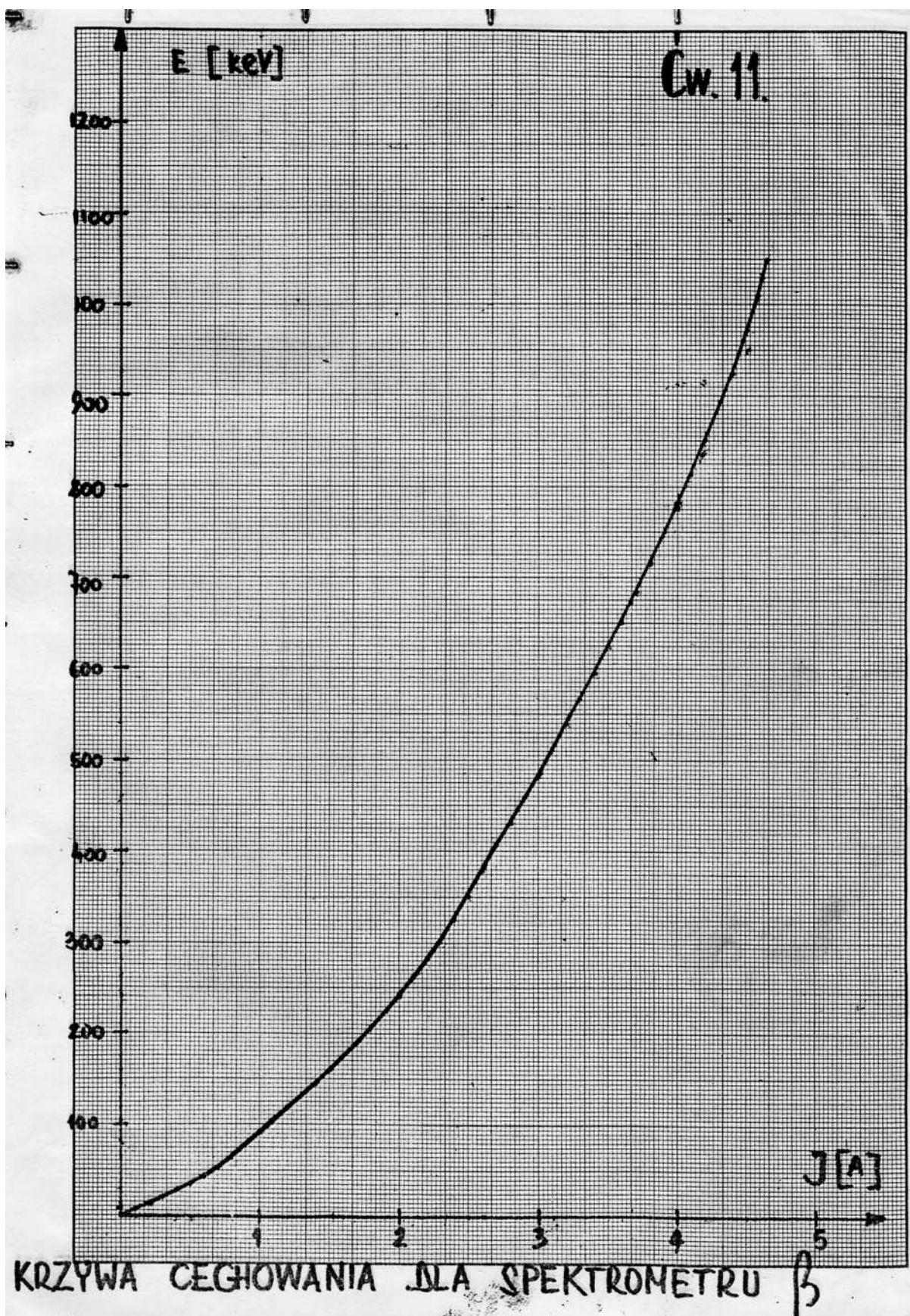
- Na podstawie otrzymanych pomiarów wykreślić krzywe $N=N(I)$ gdzie N jest szybkością zliczeń po odjęciu tła, a I wartością natężenia prądu w cewce. Wykonać to dla wszystkich badanych źródeł.
- Korzystając z krzywej cechowania spektrometru (dołączona do zestawu pomiarowego) lub też z odpowiedniego zestawu zależności pędu, energii i prędkości elektronu od natężenia prądu w spektrometrze β odczytać wartości energii E cząstek β dla poszczególnych wartości natężenia prądu i na podstawie wzoru:

$$n(E) = \frac{N(B)}{pv} = \frac{N(I)}{pv} = \frac{N(I)}{2E}$$

wyznaczyć rozkłady energetyczne cząstek β dla zbadanych źródeł.

- Ekstrapolując krzywe rozkładu energetycznego do $n = 0$ (w stronę dużych energii) określić maksymalną energię promieniowania β dla zbadanych źródeł.
4. Z powierzchni ograniczonej krzywą rozkładu energetycznego (dzieląc ją na co najmniej 20 równych odcinków) i korzystając z wzoru (23) obliczyć średnią energię promieniowania.

Dodatkowe dane do wyznaczenia energii promieniowania beta (wybierz odpowiednie)



Zależność prądu od napięcia. Ćwicz. nr 11.

U[V]	I[A]	U[V]	I[A]
0,2	0,012	14,8	2,2
0,5	0,06	15,3	2,25
0,6	0,085	15,9	2,35
0,7	0,1	16,5	2,45
0,9	0,12	17,1	2,50
1,5	0,21	17,7	2,60
2,1	0,29	18,2	2,65
2,7	0,44	18,9	2,70
3,3	0,53	19,4	2,80
3,9	0,63	20,2	3,05
4,5	0,73	20,7	3,10
5,3	0,85	21,3	3,15
5,9	0,95	21,8	3,20
6,5	1,05	22,5	3,30
7,1	1,15	23,1	3,40
7,6	1,23	23,7	3,45
8,2	1,33	24,3	3,50
8,8	1,43	24,9	3,60
9,4	1,50	25,4	3,65
10,7	1,60	26,1	3,75
11,1	1,65	26,7	3,80
11,8	1,75	27,2	3,90
12,3	1,80	27,9	4,0
13,0	1,84	28,5	4,05
13,5	1,95	29,1	4,15
14,2	2,10	29,8	4,25
		30,0	4,30

CHARAKTERYSTYKI SPEKTROMETRU BETA

A = 279.000 (keV/c)/A

I [A]	p [keV/c]	Ek [keV]	v/c
0.00	0.00	0.00	0.0000
0.10	27.90	0.76	0.0545
0.20	55.80	3.04	0.1086
0.30	83.70	6.81	0.1616
0.40	111.60	12.04	0.2134
0.50	139.50	18.70	0.2634
0.60	167.40	26.72	0.3113
0.70	195.30	36.05	0.3570
0.80	223.20	46.62	0.4003
0.90	251.10	58.36	0.4410
1.00	279.00	71.20	0.4792
1.10	306.90	85.08	0.5149
1.20	334.80	99.91	0.5480
1.30	362.70	115.64	0.5788
1.40	390.60	132.19	0.6073
1.50	418.50	149.50	0.6336
1.60	446.40	167.52	0.6579
1.70	474.30	186.20	0.6803
1.80	502.20	205.47	0.7009
1.90	530.10	225.29	0.7200
2.00	558.00	245.63	0.7375
2.10	585.90	266.43	0.7536
2.20	613.80	287.67	0.7685
2.30	641.70	309.30	0.7823
2.40	669.60	331.31	0.7950
2.50	697.50	353.65	0.8067
2.60	725.40	376.31	0.8175
2.70	753.30	399.26	0.8276
2.80	781.20	422.48	0.8369
2.90	809.10	445.96	0.8455
3.00	837.00	469.66	0.8535
3.10	864.90	493.58	0.8610
3.20	892.80	517.69	0.8679
3.30	920.70	542.00	0.8744
3.40	948.60	566.48	0.8804
3.50	976.50	591.12	0.8860
3.60	1004.40	615.92	0.8913
3.70	1032.30	640.85	0.8962
3.80	1060.20	665.92	0.9008
3.90	1088.10	691.12	0.9052
4.00	1116.00	716.43	0.9092
4.10	1143.90	741.85	0.9130
4.20	1171.80	767.37	0.9166
4.30	1199.70	792.99	0.9200
4.40	1227.60	818.71	0.9232
4.50	1255.50	844.51	0.9262
4.60	1283.40	870.39	0.9291
4.70	1311.30	896.35	0.9318
4.80	1339.20	922.38	0.9343
4.90	1367.10	948.48	0.9367
5.00	1395.00	974.65	0.9390